“皖南八校”2018届高三第三次联考·数学(文科)
参考答案、解析及评分细则

一、选择题

1.C　2.A　3.C　4.D　5.A　6.B　7.A　8.B　9.C　10.B　11.B　12.A

二、填空题

13.$1+\sqrt{2}$　14.$(-1,1)$　15.3500　16.9

三、解答题

17.解:(Ⅰ)在$\triangle ABC$中,$a=b(\sin C+\cos C)$有$\sin A=\sin B(\sin C+\cos C)$,…………………………2分

$\sin(B+C)=\sin B(\sin C+\cos C)$,

$\therefore \cos B\sin C=\sin B\sin C$,$\sin C>0$,则$\cos B=\sin B$,…………………………5分

即$\tan B=1$;$B\in(0,\pi)$,则$B=\frac{\pi}{4}$.…………………………6分

(Ⅱ)在$\triangle ABC$中,$a=1$,$b=\sqrt{2}$,$B=\frac{\pi}{4}$,

由余弦定理,得$2=1+c^2-2c\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore c^2-\sqrt{2}c-1=0$,$\therefore c=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$,…………………………10分

$\therefore \triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1+\sqrt{3}}{4}$.…………………………12分

18.解:(Ⅰ)连接AC,BD与AC交于点O,连接OF,

$\because PA\perp$平面$ABCD$,$AC\subset$平面$ABCD$,$\therefore PA\perp AC$,

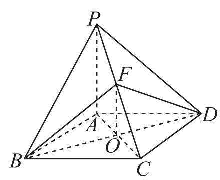
$\because$点F为PC的中点,$\therefore OF\parallel PA$,

$\because OF\perp AC$,…………………………3分

$\because ABCD$是菱形,

$\therefore AC\perp BD$,…………………………4分

$\because OF\cap BD=O$,…………………………5分



$\therefore AC\perp$平面BDF,

$\because AC\subset$平面PAC,$\therefore$平面$PAC\perp$平面BDF.…………………………6分

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知$PA\perp$平面$ABCD$,$OF\parallel PA$,

$\therefore V_{F-BCD}=\frac{1}{3}\cdot OF\cdot S_{\triangle BCD}=\frac{1}{3}\times1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,…………………………8分

$\therefore V_{P-ABD}=\frac{1}{3}\times PA\times S_{\triangle ABD}=\frac{1}{3}\times 2\times\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, ………………………………………………………… 10 分

$\therefore V_{P-BDF}=V_{P-ABCD}-V_{F-BCD}-V_{A-BDP}=\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………… 12 分

(方法二)由(Ⅰ)可知 $PA\perp$ 平面 ABCD,$OF\parallel PA$,$\therefore PA\parallel$ 面 FBD, ……………………………………… 8 分

则 P 点到平面 FBD 的距离等于 A 点到平面 FBD 的距离, ………………………………………… 10 分

$\therefore V_{P-BDF}=\frac{1}{3}\times OA\times S_{\triangle FBD}=\frac{1}{3}\times 1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………………………… 12 分

19.解:(Ⅰ)D 品种平均产量最高, ………………………………………………………………………………… 2 分

B 品种产量最稳定. ………………………………………………………………………………………………… 4 分

(Ⅱ)

	抗病虫害	不抗病虫害	
6‰	48	12	60
4‰	28	12	40
合计	76	24	100

………………………………………………………………………………………… 8 分(每对 3 个数得 2 分)

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{100}{76}\approx 1.3158<2.706$, ……………………………………………… 11 分

故没有 90% 的把握说明盐碱度对抗病虫害有影响. ………………………………………………………… 12 分

20.解:(Ⅰ)依题意,$2a=4$,$a=2$, ………………………………………………………………………… 1 分

$\because e=\frac{1}{2}$,$\therefore c=1$,$b^2=a^2-c^2=3$, ……………………………………………………………………… 3 分

$\therefore$椭圆 C 方程为:$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$; ………………………………………………………………………… 4 分

(Ⅱ)设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,AB:$x=my+1$,

则由$\begin{cases}x=my+1,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$可得$3(my+1)^2+4y^2=12$,

即$(3m^2+4)y^2+6my-9=0$. ……………………………………………………………………………… 6 分

$\Delta=36m^2+36(3m^2+4)=144(m^2+1)>0$

又$\because \overrightarrow{F_1M}=\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_1B}$,$\therefore$四边形 $AMBF_1$ 是平行四边形. ………………………………………… 7 分

设平行四边形 $AMBF_1$ 的面积为 S,则

$S=2S_{\triangle ABF_1}=2\times\frac{1}{2}\times|F_1F_2|\times|y_1-y_2|=2\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=24\frac{\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}$, …………………………………… 9 分

设 $t=\sqrt{m^2+1}$，则 $m^2=t^2-1(t\geqslant 1)$，

$\therefore S=24\times\frac{t}{3t^2+1}=24\times\frac{1}{3t+\frac{1}{t}}$，

$\because t\geqslant 1\quad\therefore 3t+\frac{1}{t}\geqslant 4$，$\therefore S\in(0,6]$，…………………………………… 11 分

$\therefore$ 四边形 $AMBF_1$ 面积的最大值为 6. …………………………………… 12 分

21. 解：(Ⅰ) $f(1)=2$，$g(1)=2$，$f'(x)=2x+1-\frac{a}{x}$，$g'(x)=x+1$，

由题意知 $f'(1)\cdot g'(1)=-1$，$\therefore(3-a)\times 2=-1$，$\therefore a=\frac{7}{2}$. …………………………………… 4 分

(Ⅱ) $y=f(x)-g(x)+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x^2-a\ln x$，令 $h(x)=\frac{1}{2}x^2-a\ln x$，

①当 $a=0$ 时，$h(x)$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 上恒大于 0，$h(x)$ 没有零点；…………………………………… 5 分

②当 $a<0$ 时，$h'(x)=x-\frac{a}{x}>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，所以 $h(x)$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 上为增函数.

$\because h(1)=\frac{1}{2}>0$，$h(e^{\frac{1}{a}})=\frac{1}{2}e^{\frac{2}{a}}-1<0$，所以 $h(x)$ 有 1 个零点. …………………………………… 7 分

③当 $a>0$ 时，$h'(x)=x-\frac{a}{x}=\frac{x^2-a}{x}=\frac{(x+\sqrt{a})(x-\sqrt{a})}{x}$

因为当 $x\in(0,\sqrt{a})$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 在 $(0,\sqrt{a})$ 内为减函数；

当 $x\in(\sqrt{a},+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 在 $(\sqrt{a},+\infty)$ 内为增函数。

所以 $x=\sqrt{a}$ 时，有极小值即为最小值 $h(\sqrt{a})=\frac{1}{2}a-a\ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}a(1-\ln a)$. …………………………………… 8 分

当 $a\in(0,e)$ 时，$h(\sqrt{a})=\frac{1}{2}a(1-\ln a)>0$，$h(x)$ 没有零点；…………………………………… 9 分

当 $a=e$ 时，$h(\sqrt{a})=\frac{1}{2}a(1-\ln a)=0$. $h(x)$ 有 1 个零点 $x=\sqrt{a}$. …………………………………… 10 分

当 $a\in(e,+\infty)$ 时，$h(\sqrt{a})=\frac{1}{2}a(1-\ln a)<0$，

因为 $h(1)=\frac{1}{2}>0$ 且 $1<\sqrt{a}$，所以方程 $h(x)=0$ 在区间 $(0,\sqrt{a})$ 上有一解，

因为当 $x>1$ 时，$(x-\ln x)'>0$，所以 $x-\ln x>1$，

所以 $x>\ln x$，$h(x)=\frac{1}{2}x^2-a\ln x>\frac{1}{2}x^2-ax$，

因为 $2a>\sqrt{a}>1$，所以 $h(2a)>\frac{1}{2}(2a)^2-2a^2=0$，

所以 $h(x)=0$ 在 $(\sqrt{a},+\infty)$ 上有一解.

所以方程 $h(x)=0$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上有两解. …………………………………………………… 11 分

综上所述：当 $a\in[0,\mathrm{e})$ 时，$y=f(x)-g(x)+\frac{1}{2}$ 没有零点；

当 $a<0$ 或 $a=\mathrm{e}$ 时，$y=f(x)-g(x)+\frac{1}{2}$ 有 1 个零点；

当 $a>\mathrm{e}$ 时，$y=f(x)-g(x)+\frac{1}{2}$ 有 2 个零点. …………………………………………………… 12 分

22. 解：(Ⅰ)圆 C 的普通方程是 $(x-2)^2+y^2=4$，又 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，

所以圆 C 的极坐标方程是 $\rho=4\cos\theta$. …………………………………………………… 5 分

(Ⅱ)设 $P(\rho_1,\theta_1)$，则有 $\rho_1=4\cos\theta_1$，

设 $Q(\rho_2,\theta_1)$，且直线 l 的方程是 $\rho(\sin\theta+\sqrt{3}\cos\theta)=\sqrt{3}$，则有 $\rho_2=\frac{\sqrt{3}}{\sin\theta_1+\sqrt{3}\cos\theta_1}$， …………………… 8 分

所以 $|OP||OQ|=\rho_1\rho_2=\frac{4\sqrt{3}\cos\theta_1}{\sin\theta_1+\sqrt{3}\cos\theta_1}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\tan\theta_1}\left(\frac{\pi}{6}\leqslant\theta_1\leqslant\frac{\pi}{3}\right)$，

所以 $2\leqslant|OP||OQ|\leqslant3$. …………………………………………………… 10 分

23. (Ⅰ)解：不等式 $2|x-2|+|x+1|<6$ 等价于不等式组

$\begin{cases}x<-1,\\-3x+3<6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1\leqslant x\leqslant2,\\-x+5<6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>2,\\3x-3<6,\end{cases}$ …………………………………………………… 3 分

所以不等式 $2|x-2|+|x+1|<6$ 的解集为 $(-1,3)$. …………………………………………………… 5 分

(Ⅱ)证明：因为 $m+n+p=3$，

所以 $(m+n+p)^2=m^2+n^2+p^2+2mn+2np+2mp=9$， …………………………………………………… 7 分

因为 m,n,p 为正实数，所以由基本不等式得 $m^2+n^2\geqslant2mn$（当且仅当 $m=n$ 时取等号），

同理：$n^2+p^2\geqslant2np$；$p^2+m^2\geqslant2mp$，所以 $m^2+n^2+p^2\geqslant mn+np+mp$， …………………… 8 分

所以 $(m+n+p)^2=m^2+n^2+p^2+2mn+2np+2mp=9\geqslant3mn+3np+3mp$， …………………… 9 分

所以 $mn+np+pm\leqslant3$. …………………………………………………… 10 分

欢迎将本卷使用情况、优秀建议发至邮箱：kyyfzx@163.com。